

Emergencia del fenómeno cuántico.

El rol del campo de punto cero

Ana María Cetto

En colaboración con Luis de la Peña y Andrea Valdés-Hernández
Instituto de Física, UNAM

Seminarios del CIE-UNAM, Temixco, 11 de mayo 2012

Introducción:

El programa de la electrodinámica estocástica

La ley de Planck como consecuencia del cpc

Campo de radiación en equilibrio

Fluctuaciones atómicas

Ley de distribución de Planck

La mecánica cuántica como consecuencia del cpc

Sistema partícula-campo en el espacio fase

Dinámica de la partícula en el espacio de configuración

La mecánica cuántica en la aproximación no radiativa

Balance detallado de energía

No localidad cuántica

Correcciones radiativas

Balance energético para un sistema en estado excitado

Transiciones radiativas: coeficientes A y B de Einstein

Algunas conclusiones

La ley de Planck como consecuencia del cpc

Campo de radiación en equilibrio

Ley de Wien:

$$U(\omega, T) = \omega f(\omega/T), \quad f(\omega/T) \text{ una función universal.}$$

$$\text{A } T \rightarrow 0, \mathcal{E}_0 \equiv U(\omega, 0) = A\omega$$

$$\implies A \neq 0 \quad \text{viola la equipartición.}$$

Distribución de equilibrio *general*:

$$W_g(\mathcal{E})d\mathcal{E} = Z_g^{-1}(\beta) g(\mathcal{E})e^{-\beta\mathcal{E}}d\mathcal{E}, \quad Z_g(\beta) = \int g(\mathcal{E})e^{-\beta\mathcal{E}}d\mathcal{E}.$$

$$\text{Caso clásico: } g \text{ independiente de } \mathcal{E} \implies g_{\text{cl}} = (s\omega)^{-1}$$

$$\implies \langle \mathcal{E} \rangle = U = kT.$$

$$\implies \text{Si } \langle \mathcal{E} \rangle_0 \neq 0, g(\mathcal{E}) \text{ es una función } \textit{no trivial} \text{ de } g(\mathcal{E})!$$

Campo de radiación en equilibrio (cont.)

$$g(\mathcal{E}) = ?$$

De $W_g(\mathcal{E})$,

$$\langle \mathcal{E}^{r+1} \rangle = U \langle \mathcal{E}^r \rangle - d \langle \mathcal{E}^r \rangle / d\beta.$$

Para $r = 1$,

$$\sigma^2 \equiv \overline{\mathcal{E}^2} - U^2 = -dU/d\beta, \quad \text{i.e.,} \quad \sigma^2 = kT^2 C_\omega$$

de donde $\sigma^2(T = 0) = 0$, i.e., W_g sólo describe fluctuaciones *térmicas*.

Integrando $\sigma^2(U) \implies \beta = \beta(U) \implies U = U(\beta)$.

Pero no conocemos $\sigma^2 \equiv \overline{\mathcal{E}^2} - U^2$ como función de U .

Fluctuaciones atérmicas

Para incluir las fluctuaciones del *punto cero*, construimos la W_s que maximiza la entropía:

$$S_s = -k \int W_s(\mathcal{E}) \ln W_s(\mathcal{E}) d\mathcal{E}$$

de manera que $(\sigma_{\mathcal{E}}^2)_s = U^2$. Resultado:

$$W_s(\mathcal{E}) = U^{-1} e^{-\mathcal{E}/U}.$$

Esto da para las fluctuaciones *totales*:

$$\sigma_{\mathcal{E}}^2 = U^2 = U_T^2 + 2\mathcal{E}_0 U_T + \mathcal{E}_0^2.$$

y las térmicas son entonces

$$\sigma^2 = U_T^2 + 2\mathcal{E}_0 U_T = U^2 - \mathcal{E}_0^2.$$

Ley de distribución de Planck

Recuérdese que $\sigma_{\mathcal{E}}^2 \equiv \overline{\mathcal{E}^2} - U^2 = -dU/d\beta = U^2 - \mathcal{E}_0^2$.

Integrando se obtiene

$$\text{Para } \mathcal{E}_0 = 0 \quad \Longrightarrow \quad U_{\text{cl}} = \beta^{-1}.$$

$$\text{Para } \mathcal{E}_0 \neq 0 \quad \Longrightarrow \quad U_{\text{Planck}} = \mathcal{E}_0 \coth \mathcal{E}_0 \beta,$$

con $\mathcal{E}_0 = 1/2 \hbar \omega$, *energía del punto cero*.

Esto da

$$Z_g = 2\mathcal{E}_0 \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta \mathcal{E}_n}, \quad \mathcal{E}_n \equiv (2n+1)\mathcal{E}_0,$$

$$\langle f(E) \rangle = \int_0^{\infty} W_g(E) f(E) dE = \frac{1}{Z} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta E_n} f(E_n).$$

continuo

discreto

La MQ como consecuencia del cpc

Sistema partícula-campo en el espacio fase

Ecuación estocástica de Liouville para $R(x_\alpha, p_\alpha, t)$:

$$\frac{\partial}{\partial t} R + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (\dot{x}_\alpha R) + \frac{\partial}{\partial p_\alpha} (\dot{p}_\alpha R) = 0.$$

Ecuaciones (no relativistas) para la partícula:

$$\dot{x} = p/m, \quad \dot{p} = f(x) + m\tau\ddot{x} + eE(t),$$

$f(x)$ – fuerza externa, $E(t)$ – campo de fondo,

$m\tau\ddot{x} \simeq \tau\dot{x}f'(x)$ – reacción de radiación,

$\tau = 2e^2/3mc^3$ ($\approx 10^{-23}$ s).

Densidad espectral del cpc:

$$\rho_{\text{CPC}}(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{2\pi^2c^3} = \frac{\omega^2}{\pi^2c^3} \cdot \frac{\hbar\omega}{2}.$$

Nos interesa $\overline{R(x_\alpha, p_\alpha, t)} = Q(x, p, t)$.

Sistema partícula-campo en el espacio fase (cont.)

Con la técnica de operadores de proyección

$\Rightarrow$ ec. tipo Fokker-Planck

$$\frac{\partial}{\partial t} Q + \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial x} p Q + \frac{\partial}{\partial p} \left[\left(f(x) + \frac{\tau}{m} f'(x) p \right) Q \right] = e^2 \frac{\partial}{\partial p} \hat{D}(t) Q$$

con

$$e^2 \frac{\partial}{\partial p} \hat{D}(t) Q = e \frac{\partial}{\partial p} \hat{P} E \sum_{k=0}^{\infty} \left[e \hat{G} \frac{\partial}{\partial p} (1 - \hat{P}) E \right]^{2k+1} Q,$$

$$\hat{G} A(x_{\alpha}, p_{\alpha}, t) = \int_0^t e^{-\hat{L}(t-t')} A(x_{\alpha}, p_{\alpha}, t') dt',$$

$$\hat{L} = \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial x} p + \frac{\partial}{\partial p} (f + \tau f' \frac{p}{m}).$$

Dinámica de la partícula en el espacio de configuración

Función característica $\tilde{Q}(x, z, t) = \int Q(x, p, t) e^{ipz} dp. \implies$

$$\rho(x, t) = \int Q(x, p, t) dp = \tilde{Q}(x, 0, t),$$

$$\langle p^n \rangle(x) \equiv \langle p^n \rangle_x = \frac{1}{\rho(x)} \int p^n Q dp = (-i)^n \left[(1/\tilde{Q}) \partial^n \tilde{Q} / \partial z^n \right]_{z=0},$$

Transformada de Fourier de la EFP

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} - i \frac{1}{m} \frac{\partial^2 \tilde{Q}}{\partial x \partial z} - iz f(x) \tilde{Q} - \frac{\tau}{m} f' z \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial z} = -ie^2 z (\widehat{DQ}).$$

Desarrollo en torno a $z = 0 \implies$ jerarquía infinita:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial x} (\langle p \rangle_x \rho) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\langle p \rangle_x \rho) + \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial x} (\langle p^2 \rangle_x \rho) - f \rho - \frac{\tau}{m} f' \langle p \rangle_x \rho = -e^2 (\widehat{DQ}) \Big|_{z=0}, \quad \dots$$

Dinámica de la partícula en el espacio de configuración (cont.)

Cambio de variables $z_{\pm} = x \pm \eta z$, η por determinar:

$$\langle p^2 \rangle_x - \langle p \rangle_x^2 = -\eta^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \ln \rho \right) + 4\eta^2 \left(\partial_+ \partial_- \ln \tilde{Q} \right) \Big|_{z=0}.$$

Escribimos $\tilde{Q}$ como

$$\tilde{Q}(x, z, t) = q_+(z_+, t) q_-(z_-, t) \chi(z_+, z_-, t),$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad \langle p^2 \rangle_x - \langle p \rangle_x^2 &= -\eta^2 (\partial^2 / \partial x^2) \ln \rho + \Sigma, \\ \text{con } \Sigma &= 4\eta^2 (\partial_+ \partial_- \ln \chi) \Big|_{z=0}. \end{aligned}$$

Para la segunda ecuación de la jerarquía obtenemos

$$\begin{aligned} m \frac{\partial}{\partial t} (v_i \rho) + m \frac{\partial}{\partial x_j} (v_i v_j \rho) - \frac{\eta^2}{m} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \ln \rho \right) - f_i \rho = \\ = \tau v_i \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \rho - \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial x_j} \Sigma_{ij} \rho - e^2 (\widehat{DQ})_i \Big|_{z=0}. \end{aligned}$$

La mecánica cuántica en la aproximación no radiativa

Inicialmente los términos con τ y e^2 tienen un efecto difusivo y disipativo importante.

En el *límite asintótico* cesa este efecto irreversible; estos términos se vuelven meras correcciones radiativas.

Aproximación no radiativa: $\chi(z_+, z_-, t) \rightarrow_{t \rightarrow \infty} 1$; $\tau, e^2 \rightarrow 0$.

Entonces

$$\begin{aligned}\tilde{Q}(x, z, t) &= q_+(z_+, t)q_-(z_-, t); \\ \langle p^2 \rangle_x - \langle p \rangle_x^2 &= -\eta^2 (\partial^2 \ln \rho / \partial x^2); \\ \partial_t \tilde{Q} - im^{-1} \partial_x \partial_z \tilde{Q} &= izf(x) \tilde{Q},\end{aligned}$$

y las dos primeras ecuaciones se separan de la jerarquía.

En $z = 0$: $z_{\pm} = x$;

$$q_+(x) \equiv \psi(x), \quad q_-(x) \equiv \psi^*(x), \quad \rho(x, t) = \psi^*(x)\psi(x)$$

$$\implies \text{ec. de 'Schrödinger': } -2\frac{\eta^2}{m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x)\psi = 2i\eta \frac{\partial \psi}{\partial t}. \quad \eta = ?$$

Balance detallado de energía

Integrando la EFP $\implies$

$$\frac{d}{dt} \langle H \rangle = \frac{d}{dt} \left\langle \frac{1}{2m} p^2 + V \right\rangle = \frac{\tau}{m^2} \langle f' p^2 \rangle - \frac{e^2}{2m} \langle p \hat{D} \rangle.$$

El balance energético se alcanza cuando

$$\tau \langle f' p^2 \rangle = \frac{1}{2} m e^2 \langle p \hat{D} \rangle,$$

. potencia media radiada = potencia media absorbida

1- Izq: $\tau / m^2 \langle f' p^2 \rangle_0 = -m\tau |\omega_{0k}|^4 |x_{0k}|^2$

2- Der: $(e^2 / 2m) \langle p \hat{D} \rangle = -(\hbar m \tau / 2\eta) \omega_{k0}^4 |x_{0k}|^2,$

$$\text{igualando} \implies \eta = \hbar / 2$$

$\implies$ ecuación de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V\psi.$$

No localidad cuántica

En la aproximación no radiativa,

$$m \frac{\partial}{\partial t} (\langle p \rangle \rho) + m \frac{\partial}{\partial x} (\langle p \rangle^2 \rho) - \frac{\eta^2}{m} \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{\partial^2}{\partial x^2} \ln \rho \right) - f \rho = 0.$$

Término no clásico, de origen *cinemático*:

$$\langle \sigma_p^2(x) \rangle = -\eta^2 \langle (\partial^2 \ln \rho / \partial x^2) \rangle.$$

En la ecuación de 'Hamilton-Jacobi' cuántica,

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{2m} \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 - \frac{2\eta^2}{m} \frac{1}{\sqrt{\rho}} \frac{\partial^2 \sqrt{\rho}}{\partial x^2} + V = 0$$

el '*potential cuántico*' Q es el responsable de la no localidad.

Sistema de dos partículas: $\rho(x_1, x_2) = \rho_1(x_1)\rho_2(x_2)\rho_{12}(x_1, x_2)$:

$$Q_1(1, 2) = -\frac{2\eta^2}{m} \left[\frac{\partial_1^2 \sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\rho_1}} + \frac{\partial_1^2 \sqrt{\rho_{12}}}{\sqrt{\rho_{12}}} + \frac{1}{2} \frac{\partial_1 \rho_1}{\rho_1} \frac{\partial_1 \rho_{12}}{\rho_{12}} \right],$$

$\Rightarrow$ no localidades adicionales (estados enredados).

Correcciones radiativas

Balance energético para un sistema en estado excitado

Partícula en un estado excitado n :

Izq:

$$\frac{\tau}{m^2} \langle f' p^2 \rangle_n = -m\tau |\omega_{nk}|^4 |x_{nk}|^2$$

Der:

$$\frac{e^2}{2m} \langle p \hat{D} \rangle_n = -m\tau \omega_{kn}^4 |x_{nk}|^2 \text{sign} \omega_{kn},$$

$\Rightarrow$ no hay balance detallado con $\rho_{\text{CPC}}(\omega)$.

¿Puede haber BD con $\rho(\omega) \equiv \rho_{\text{CPC}}(\omega) g_n(\omega)$?

$\Rightarrow$ sólo para el oscilador armónico, con $\rho(\omega) = \rho_{\text{CPC}}(\omega)(2n+1)$.

Transiciones radiativas

Ausencia de BD: con campo adicional $g(\omega) = 1 + g_a(\omega)$,

$$\frac{dH_n}{dt} = m\tau |\omega_{nk}|^4 |x_{nk}|^2 [(g_a)_{\omega_{kn}>0} - (2 + g_a)_{\omega_{kn}<0}]$$

absorciones (ind.) — emisiones (esp. e ind.)

Tasa de emisiones 'espontáneas': $dH_n = -\hbar\omega_{nk}A_{nk}dt$

$$\Rightarrow A_{nk} = \frac{4e^2 |\omega_{nk}|^3}{3\hbar c^3} |x_{nk}|^2 \cdot \text{QED}$$

Tasa de transiciones inducidas: $dH_n = \pm\hbar\omega_{nk}B_{nk}\rho_a(\omega)dt$

$$\Rightarrow B_{nk} = \frac{m\tau |\omega_{nk}|^4 |x_{nk}|^2 g_a}{\hbar |\omega_{nk}| \rho_a} = \frac{4\pi^2 e^2}{3\hbar^2} |x_{nk}|^2 \cdot \text{QED}$$

Algunas conclusiones

- El fenómeno cuántico no es intrínseco de la materia o del campo
- Es una propiedad que emerge de la interacción radiación-materia,
- conforme el sistema evoluciona hacia el régimen no disipativo
- Los átomos adoptan órbitas estacionarias en este régimen
- La transición de la EFP a la descripción de Schrödinger es irreversible
- Sólo el CPC alcanza equilibrio con el estado base de la partícula
- Se obtienen los coeficientes A , B de Einstein $\Rightarrow$ QED.
- Las trayectorias individuales (estocásticas) no dejan de existir

Algunas conclusiones (cont.)

- La no localidad cuántica no es ontológica (no hay transmisión superluminal ni acción a distancia)
- El enredamiento de estados es generado por los modos comunes del CPC (no localidad adicional)
- Al eliminar la referencia al CPC, la mecánica cuántica aparece como acausal
- La teoría *completa* es causal, local, realista
- La descripción cuántica es aproximada, asintótica y parcialmente promediada
- Hay amplia oportunidad de explorar nueva física
- En particular, falta explorar la física entre el momento inicial y el régimen asintótico.

Algunas referencias

- L. de la Peña, A. Valdés-Hernández and A. M. Cetto, *Am. J. Phys.* **76** (2008) 947; quant-ph/0712.2023.
- LP, AVH and AMC, *Found. Phys.* **39** (2009) 1240.
- LP, AVH and AMC, *Physica E* **42** (2010) 308.
- AVH, LP and AMC, in: *New trends in statistical physics*, A. Macías and L. Dagdug, eds. (World Scientific, Singapore, 2010), 113.
- AVH, LP and AMC, *Found. Phys.* **41** (2011) 843.
- LP, AMC, AVH and H. M. França, arXiv:1110-4641v1 [quant-ph] 20 Oct 2011.
- AMC, LP and AVH, *J. Phys. Conf. Series* **361** (2012), 012013.

¡Gracias!